

扇形重迭场中倾斜出入射作用的 的 三 级 计 算

陈仁术

西门纪业

(中山大学物理系)

(北京大学无线电电子学系)

〔摘要〕 环形电场与非均匀磁场重叠场是静电、磁扇形场的普遍形式。本文给出其倾斜出入射作用的三级径向与二级轴向的变换矩阵。

在质谱仪器的设计中,常常使入射及出射离子的主轨迹相对于场边界法线倾斜一定的角度,以便改进聚焦,提高灵敏度;或者减少某些象差,提高分辨率。这是改善仪器离子光学性能的一种有效方法。

倾斜出入射作用的计算,对于各种单独的电场或磁场已分别进行了深入的研究^[1-5]。解决问题的基本思路就是:引入理想的垂直边界,把倾斜射入与射出时场对离子轨迹的作用等效地替代为“理想垂直边界”上轨迹的突变,描述这个突变的矩阵就是代表倾斜出入射作用的变换矩阵。这种处理方法简单明瞭,可以利用主场的轨迹计算公式,而且特别适于采用矩阵运算便利地描述整个离子光学系统的性质。这种方法还可以相应地用于曲线边界和弥散场作用的计算,并把这三种边缘效应用一个变换矩阵概括起来。本文计算了直线边界的环形电场与非均匀磁场扇形重叠场倾斜出入射作用的三级径向以及二级轴向的变换矩阵。但在本文的计算中,没有考虑弥散场的作用。

参看图1,用实线画出的扇形柱体表示镜象平面上方的实际重叠场。入射与出射端的真实边界面都是与镜象平面垂直的平面。图中画出了在处理入射问题时所采用的直角坐标系。记主轨迹与真实边界面的交点为 O ,主轨离子的入射方向取为 Oz 方向,过 O 点垂直于镜象平面的方向取为 Oy 方向,这就是轴向;连结主场镜象平面中主轨迹曲率中心 Q 点与 O 点的方向取为 Ox 方向,这就是径向。这便构成了无量纲的直角坐标系 (x, y, z) 。在计算中还要用到处理扇形场时惯用的局部无量纲坐标系 (x, y, φ) ^[9]。由于在这两种坐标系转换时 x, y 保持不变,它们在这两种坐标系间可以通用。图1中还用点划线画出了理想的垂直边界面,它就在 $z=0$ 平面上。记 z 轴

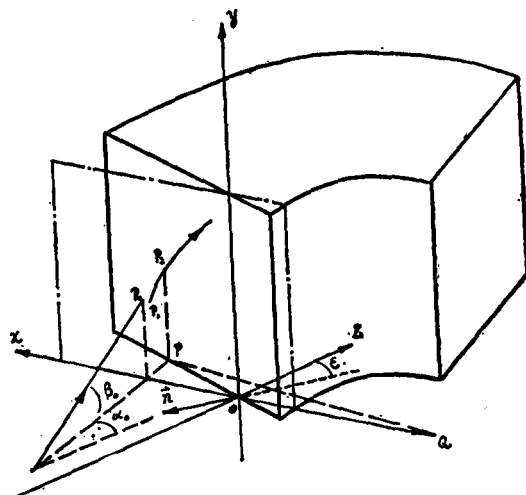


图1 真实边界、理想垂直边界和无量纲的直角坐标系。

与真实边界法线 $\vec{n}$ 的反向延长线的夹角为 ε ，这就是入射的倾斜角，也即是真实边界面与理想垂直边界面的夹角。在图示情况下 ε 取正值。

记任意的傍轴轨迹与 $z=0$ 平面的交点为 $P_0(x_0, y_0, \text{tg}\alpha_0, \text{tg}\beta_0)$ 。本来，入射离子在通过 P_0 点以后应继续沿直线前进并与真实边界面相交于 P_2 点，而在通过 P_2 点以后才开始按在主场中的运动规律沿曲线运动。在引入理想的垂直边界面以后，假想 $z>0$ 的区域里充满扇形重叠场的主场，在 $z<0$ 的区域里则场强为零。于是入射离子在越过 P_0 点后便要开始作曲线运动。为了使计算的结果在 P_2 点以后的区域中与实际轨迹重合，我们不能以 P_0 点作为计算运动的初始条件，而应该按照在主场中的运动规律将 P_2 点以后的实际轨迹反向延长，得出它与理想垂直边界的交点 P_1 点并以它作为起始条件。这样计算的结果便可以描述倾斜入射的离子轨迹。

于是，可以把离子运动的总的情况视为：在 $z<0$ 区域中作直线运动，在 $z=0$ 处其位置和斜率都产生一个突变，由 P_0 点突变到 P_1 点，而在 $z>0$ 区域中以 P_1 点为初条件在主场中作曲线运动。在图1中，用带箭头的实线描绘了上述等效的情况。傍轴离子在 $z<0$ 区域的运动可以用自由空间的变换矩阵描述，在 $z>0$ 区域的运动用扇形重叠场垂直入射的变换矩阵描述，而在 $z=0$ 处由 P_0 到 P_1 点的突变亦采用一个矩阵来描述，这就是我们所要寻求的代表倾斜入射作用的变换矩阵。由此可见，引入理想垂直边界以后，离子由自由空间倾斜射入扇形重叠场的运动便可以用一个等效的变换矩阵简捷而准确地表述出来。

由图1所示的几何关系，不难求出 P_0 点与 P_2 点各坐标间的关系式以及连线 PQ （ P 是 P_2 点在镜象平面的投影， Q 是镜象平面上主轨迹曲率中心）与 Ox 轴的夹角 Δ 。引入理想垂直边界后，离子从 P_1 点到 P_2 点相当于在偏转角为 Δ 的扇形重叠场主场中运动。我们在文献〔6—9〕中已经导出扇形重叠场主场中垂直入射离子轨迹的计算公式，利用这些公式就能得到 P_1 点与 P_2 点各坐标间的关系式。把上面两组关系式综合起来便可导出 P_0 点和 P_1 点的关系式并以矩阵形式表示出来。

按照上述步骤进行计算，我们得到以下倾斜入射作用的计算公式，

$$x_1 = x_0 - \frac{\text{tg}^2\varepsilon}{2}x_0^2 - \text{tg}^3\varepsilon x_0^2\alpha + \frac{\text{tg}^2\varepsilon}{2}(1-kx^2)x_0^3 + \frac{p}{4}\text{tg}^2\varepsilon x_0\gamma + \frac{1+q}{4}\text{tg}^2\varepsilon x_0^3\delta. \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{tg}\alpha_1 &= \text{tg}\varepsilon x_0 + \text{tg}\alpha_0 + (kx^2 - 1)\text{tg}\varepsilon x_0^2 + \text{tg}^2\varepsilon x_0 \text{tg}\alpha_0 - \frac{p}{2}\text{tg}\varepsilon x_0\gamma \\ &- \frac{1+q}{2}\text{tg}\varepsilon x_0\delta + \left[(1-kx^2) - kx^2\left(\frac{p}{2} + \frac{1+q}{2}q_1\right) + \frac{p}{2}\text{tg}^2\varepsilon \right] \text{tg}\varepsilon x_0^3 \\ &+ \left(\frac{3}{2}kx^2 - q\right)\text{tg}^2\varepsilon x_0^2\alpha_0 + \left(\frac{p}{2} + \frac{1}{c_0s^2\varepsilon}\right)\text{tg}\varepsilon x_0\alpha_0^2 - \frac{p}{2}(n_1+q)\text{tg}\varepsilon x_0^2\gamma \\ &- \frac{1+q}{2}(M_6-p)\text{tg}\varepsilon x_0^2\delta - \frac{p}{2}\text{tg}^2\varepsilon x_0\alpha_0\gamma - \frac{1+q}{2}\text{tg}^2\varepsilon x_0\alpha_0\delta \\ &+ \frac{3p}{8}\text{tg}\varepsilon x_0\gamma^2 + \frac{p}{4}\text{tg}\varepsilon x_0\gamma\delta + \left(q + \frac{3p}{8}\right)\text{tg}\varepsilon x_0\delta^2 \\ &- \frac{1}{2}(N_5 - (1+q)ky^2)\text{tg}\varepsilon x_0y_0^2 + \frac{1+q}{2}\text{tg}\varepsilon x_0\beta_0^2 \end{aligned} \quad (2)$$

$$y_1 = y_0 \quad (3)$$

$$\beta^1 = \beta_0 + k_y^2 \operatorname{tg} \varepsilon x_0 y_0 \quad (4)$$

式中 $x_0, y_0, \operatorname{tg} \alpha_0, \beta_0$ 为傍轴轨迹与理想垂直边界左边的交点 P_0 的坐标, 而 $x_1, y_1, \operatorname{tg} \alpha_1, \beta_1$ 则表示在理想垂直边界右边的 P_1 点处轨迹相应的各量。 ε 为入射的倾斜角。其他如 $k_x, k_y, p, q, r, \delta, q_1, n_1, M_0, N_5$ 等缩写记号的意义请参看文献(9)。

由(1)、(2)式可以导出扇形重叠场倾斜入射作用的径向三级变换矩阵, 这是个 49×49 的方阵, 如图2所示。对于倾斜入射矩阵, 图中凡有土号者均取上面的符号。记号 L, S, T, t 在图中已说明。标为 D 和 E 的各元素分别表示(1)、(2)式中相应的系数。例如 $D(x|x^3) = \frac{\operatorname{tg}^2 \varepsilon}{2} (1 - k_x^2)$ 是(1)式中 x_0^3 的系数, $E(\operatorname{tg} \alpha|x^2) = (k_x^2 - 1) \operatorname{tg} \varepsilon$ 是(2)式中 x_0^2 的系数等, 这里不一一列出。标记为 R 的元素则分别表示以下各量。

$$R(x\alpha|x^3) = \left(k_x^2 - 1 - \frac{\operatorname{tg}^2 \varepsilon}{2} \right) \operatorname{tg} \varepsilon \quad (5)$$

$$R(\alpha^2|x^3) = 2(k_x^2 - 1) \operatorname{tg} \varepsilon \quad (6)$$

$$R(\alpha^2|x^2\alpha) = 2(k_x^2 - 1 + \operatorname{tg}^2 \varepsilon) \operatorname{tg} \varepsilon \quad (7)$$

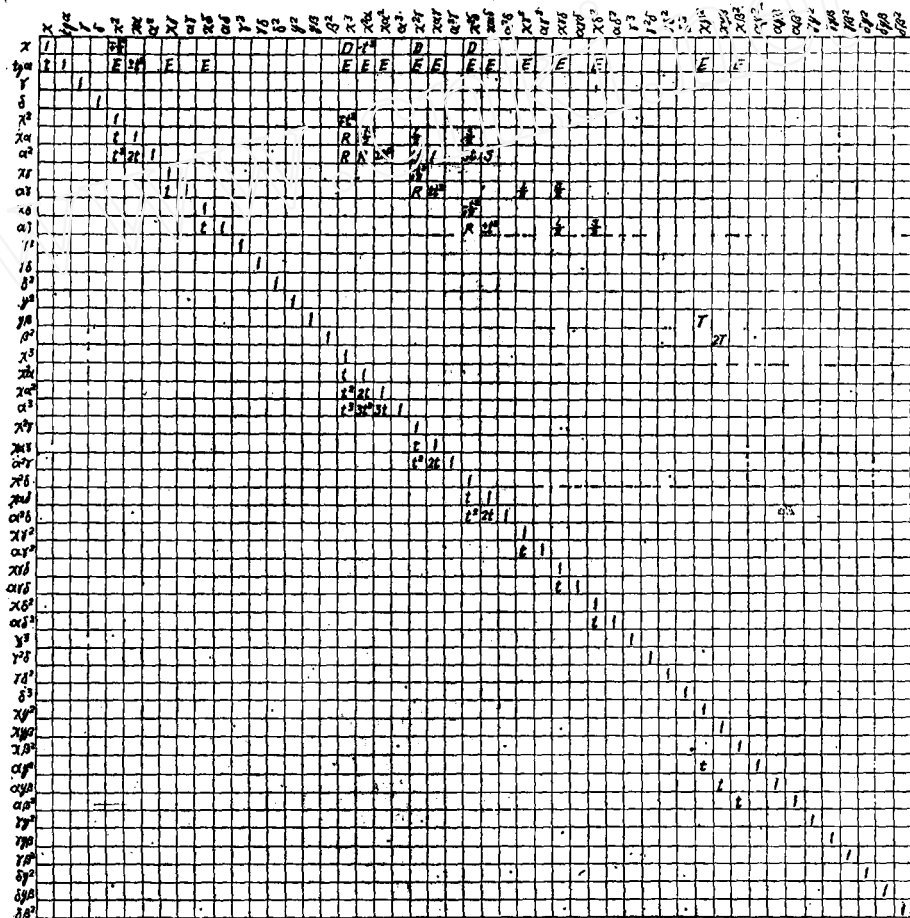


图2 倾斜出入射作用的径向三级变换矩阵。其中 $L = -p \operatorname{tg} \varepsilon$, $S = -(1+q) \operatorname{tg} \varepsilon$, $T = k_y^2 \operatorname{tg} \varepsilon$, $t = \operatorname{tg} \varepsilon$ 。

$$R(\alpha\gamma|x^2\gamma)=R(\alpha\delta|x^2\delta)=(k_x^2-1)\operatorname{tg}\varepsilon \quad (8)$$

由(3)、(4)式则可以导出扇形重叠场倾斜入射作用的轴向二级变换矩阵,这是个 10×10 的方阵,如图3所示。

	y	δy	$x\gamma$	$x\delta$	$\alpha\gamma$	$\alpha\delta$	$\gamma\gamma$	$\gamma\delta$	$\delta\gamma$	$\delta\delta$
y	1									
δy		1	T							
$x\gamma$				1						
$x\delta$					1					
$\alpha\gamma$			t			1				
$\alpha\delta$				t			1			
$\gamma\gamma$								1		
$\gamma\delta$									1	
$\delta\gamma$										1
$\delta\delta$										

图3 倾斜出入射作用的轴向二级变换矩阵。其中 $T=k_x^2\operatorname{tg}\varepsilon$, $t=\operatorname{tg}\varepsilon$ 。

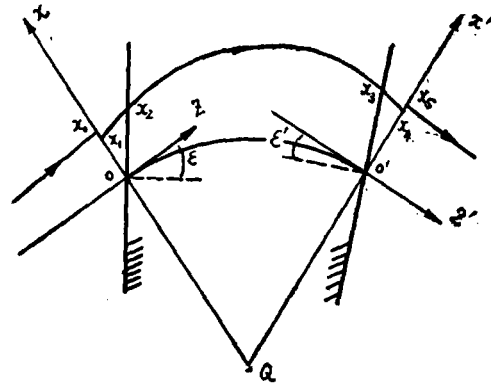


图4 入射端与出射端的坐标系、主轨迹、傍轴轨迹及倾斜角。

图4在镜象平面上表示了入射端与出射端的坐标系、主轨迹、傍轴轨迹和倾斜角。在入射端,对于等效轨迹与理想垂直边界面左右两侧的交点以及与实际边界面交点的各坐标量,我们在数字下标0、1、2分别加以标记。相仿地,在出射端,我们用下标3、4、5分别标记等效轨迹与实际边界面的交点以及与实际垂直边界面左右两侧交点的各坐标量。请参看图4,我们用 ε' 表示出射的倾斜角,用 (x', y', z') 表示出射端的无量纲直角坐标系。应当注意, z 轴朝向场内而 z' 轴指向场外。若以 $x_4, \operatorname{tg}\alpha_4, y_4, \beta_4$ 表示离子从主场到达 $z'=0$ 处的坐标,以 $x_5, \operatorname{tg}\alpha_5, y_5, \beta_5$ 表示引入理想垂直边界而在 $z'=0$ 处产生突变后离子射向无场空间的出射条件,那么按照下列的变换

$$\begin{aligned} x_0 &\rightarrow x_5, & \operatorname{tg}\alpha_0 &\rightarrow -\operatorname{tg}\alpha_5, & y_0 &\rightarrow y_5, \\ \beta_0 &\rightarrow -\beta_5, & x_1 &\rightarrow x_4, & \operatorname{tg}\alpha_1 &\rightarrow -\operatorname{tg}\alpha_4, \\ y_1 &\rightarrow y_4, & \beta_1 &\rightarrow -\beta_4, & \varepsilon &\rightarrow \varepsilon' \end{aligned} \quad (9)$$

则可以由(1)~(4)这组倾斜入射的公式导出倾斜出射的轨迹计算公式,它们是:

$$\begin{aligned} x_5 = x_4 &+ \frac{\operatorname{tg}^2\varepsilon'}{2}x_4^2 - \frac{\operatorname{tg}^2\varepsilon'}{2}(\operatorname{tg}^2\varepsilon' + 1 - k_x^2)x_4^3 - \operatorname{tg}^3\varepsilon'x_4^2\alpha_4 \\ &- \frac{p}{4}\operatorname{tg}^2\varepsilon'x_4^2\gamma - \frac{1+q}{4}\operatorname{tg}^2\varepsilon'x_4^2\delta. \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}\alpha_5 = \operatorname{tg}\varepsilon'x_4 &+ \operatorname{tg}\alpha_4 + \left(k_x^2 - 1 - \frac{\operatorname{tg}^2\varepsilon'}{2}\right)\operatorname{tg}\varepsilon'x_4^2 - \operatorname{tg}^2\varepsilon'x_4\operatorname{tg}\alpha_4 \\ &- \frac{p}{2}\operatorname{tg}\varepsilon'x_4\gamma - \frac{1+q}{2}\operatorname{tg}\varepsilon'x_4\delta + \left[\frac{\operatorname{tg}\varepsilon'}{\cos^2\varepsilon'}(1 - k_x^2) + \frac{\operatorname{tg}^3\varepsilon'}{2\cos^2\varepsilon'}\right. \\ &- k_x^2\operatorname{tg}\varepsilon'\left(\frac{p}{2} + \frac{1+q}{2}q_1\right)\left]x_4^3 + \frac{3}{2}\operatorname{tg}^2\varepsilon'\left[1 - k_x^2 + \frac{1}{\cos^2\varepsilon'}\right]x_4^2\alpha_4 \\ &+ \frac{p}{2}\operatorname{tg}\varepsilon'(\operatorname{tg}^2\varepsilon' - n_1 - q)x_4^2\gamma + \frac{1+q}{2}\operatorname{tg}\varepsilon'(\operatorname{tg}^2\varepsilon' - M_6 + p)x_4^2\delta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left(\frac{p}{2} + \frac{1}{\cos^2 \varepsilon'} \right) \operatorname{tg} \varepsilon' x_4 \alpha_4^2 + \frac{p}{2} \operatorname{tg}^2 \varepsilon' x_4 \alpha_4 \nu + \frac{1+q}{2} \operatorname{tg}^2 \varepsilon' x_4 \alpha_4 \delta \\
& + \frac{3p}{8} \operatorname{tg} \varepsilon' x_4 \nu^2 + \frac{p}{4} \operatorname{tg} \varepsilon' x_4 \nu \delta + \left(q + \frac{3p}{8} \right) \operatorname{tg} \varepsilon' x_4 \delta^2 \\
& - \frac{1}{2} (N_3 - (1+q) k_y^2) \operatorname{tg} \varepsilon' x_4 y_4^2 + \frac{1+q}{2} \operatorname{tg} \varepsilon' x_4 \beta_4^2
\end{aligned} \quad (11)$$

$$y_5 = y_4 \quad (12)$$

$$\beta_5 = \beta_4 + k_y^2 \operatorname{tg} \varepsilon' x_4 y_4 \quad (13)$$

同样, 由 (10)、(11) 式可以导出扇形重叠场倾斜出射作用的径向三级变换矩阵, 它亦示于图 2, 但所有的 ε 应换为出射倾斜角 ε' , 凡有土号者均取下面的符号。 D 和 E 分别是

(10)、(11) 式中相应的系数。例如 $D(x|x^3) = -\frac{\operatorname{tg}^2 \varepsilon'}{2} (\operatorname{tg}^2 \varepsilon' + 1 - k_x^2)$ 是 (10) 式中 x_4^3 的

系数, $E(\operatorname{tg} \alpha|x^2) = \left(k_x^2 - 1 - \frac{\operatorname{tg}^2 \varepsilon'}{2} \right) \operatorname{tg} \varepsilon'$ 是 (11) 式中 x_4^2 的系数。 R 则分别表示以下各量:

$$R(x\alpha|x^3) = (k_x^2 - 1) \operatorname{tg} \varepsilon' \quad (14)$$

$$R(\alpha^2|x^3) = 2 \left(k_x^2 - 1 - \frac{\operatorname{tg}^2 \varepsilon'}{2} \right) \operatorname{tg}^2 \varepsilon' \quad (15)$$

$$R(\alpha^2|x^2\alpha) = 2 \left(k_x^2 - 1 - \frac{3\operatorname{tg}^2 \varepsilon'}{2} \right) \operatorname{tg} \varepsilon' \quad (16)$$

$$R(\alpha\nu|x^2\nu) = R(\alpha\delta|x^2\delta) = \left(k_x^2 - 1 - \frac{\operatorname{tg}^2 \varepsilon'}{2} \right) \operatorname{tg} \varepsilon' \quad (17)$$

其他记号的意义与倾斜入射时相同。

由 (12)、(13) 式则可以导出扇形重叠场倾斜出射作用的轴向二级变换矩阵, 它亦示于图 3, 其中的 ε 须换成 ε' 。在二级近似下, 扇形重叠场倾斜入射与出射作用的轴向变换矩阵形式上完全相同。

不难看出, 扇形重叠场倾斜出入射作用的三级径向和二级轴向的变换矩阵行列式都等于 1, 这表明刘维定理在这些近似计算中都能成立, 这在理论分析上很有意义。

本文推导了环形电场与非均匀磁场重叠场倾斜出入射作用的变换矩阵, 这是一组普遍的结果。在单独的均匀磁场 ($p=1, q=0, n_1=0$), 非均匀磁场 ($p=1, q=0$) 以及环形电场 ($p=0, q=1$) 等特殊情况下, 本文的结果与现有各文献 (1—5) 的结果完全相符。因而本文的结果是理论上概括的形式, 同时便于编制通用的计算程序, 用于离子光学仪器的理论设计和实际调整。

参 考 献

- (1) H. Wollnik, H. Ewald, Nucl. Instrum. Meth., 36 (1965), 93.
- (2) I. Takeshita, Z. Naturfor., 21a (1966), 9.
- (3) H. Wollnik, Nucl. Instr. and Meth., 52 (1967), 250.
- (4) H. Matsuda, H. Wollnik, Nucl. Instr. and Meth., 77 (1970) 283.
- (5) H. Matsuda, Nucl. Instr. and Meth., 9 (1971), 637.
- (6) Ximen Jiye, Adv. in Mass Spectrm., 8 (1980), 1778.
- (7) 西门纪业, 物理学报, 29 (1980), 330.
- (8) 陈仁术, 西门纪业, 物理学报, 30 (1981), 1011.
- (9) 陈仁术, 西门纪业, 物理学报, 31 (1982).