

基于磁质谱原理的 新型同位素质量分离器的数值研究

王振宇¹, 江滨浩¹, 王金炜², 赵海龙³, 贾柏森¹

(1. 哈尔滨工业大学电气工程系, 黑龙江 哈尔滨 150001;
2. 绍兴电力局, 浙江 绍兴 312000; 3. 东北石油大学电气学院, 黑龙江 大庆 163318)

摘要: 基于磁质谱原理设计了新型同位素质量分离器。不同质量的离子在轴对称电场和磁场中聚焦于不同位置并进入各自收集器, 从而实现质量分离。由哈密顿原理推导出离子在分离器中运动轨迹的解析方程, 结合电子恒温磁流体力学方程构建等离子体束流轨迹的混合数学模型。基于该混合数学模型, 应用 matlab 模拟等离子体束流的聚焦和质量分离。从仿真结果可以看出, 当忽略鞘层屏蔽效应时, 束流在电场力作用下绕着对称轴做螺旋运动; 当考虑鞘层屏蔽效应时, 电子在弱磁场中受束缚作用较小, 在鞘层中迅速积累, 外电场很大程度上被鞘层屏蔽, 束流运动半径迅速增加, 尚未聚焦就到达外电极。随着轴向磁场的增强, 鞘层屏蔽效应减弱。通过选取适当的磁场强度, 可使不同质量的离子按荷质比的顺序分离, 聚焦点的距离取决于离子质量。本研究对等离子体束流电磁控制进行了探索, 该结果可为高纯度物质质量分离器的研制奠定理论基础。

关键词: 等离子体束流; 鞘层屏蔽; 磁质谱原理; 同位素分离

中图分类号: O657.63 **文献标志码:** A **文章编号:** 1004-2997(2017)03-0313-07

doi: 10.7538/zpzb.2016.0144

Numerical Researches on a Novel Isotope Separator Basing on Principle of Magnetic Mass Spectrometry

WANG Zhen-yu¹, JIANG Bin-hao¹, WANG Jin-wei², ZHAO Hai-long³, JIA Bai-sen¹

(1. Department of Electrical Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China;

2. Shaoxing Power Supply Corporation, Shaoxing 312000, China;

3. Electrical Information Engineering Institute, Northeast Petroleum University, Daqing 163318, China)

Abstract: A novel plasma mass separator is designed base on principle of magnetic mass spectrometry. In the axisymmetric structure orthogonal electric field and magnetic field, the different mass ions focusing in different position enter their respective collection devices to realize mass separation. An analytical equation for the motion trajectory of the ion in the separator is derived according to Hamilton principle, and a hybrid mathe-

收稿日期: 2016-08-31; 修回日期: 2016-10-12

基金项目: 国家自然科学基金(51177020, 11275034, 11375039)资助

作者简介: 王振宇(1981—), 男(汉族), 广西玉林人, 博士研究生, 从事等离子体电磁控制机理研究。E-mail: 496144467@qq.com

通信作者: 江滨浩(1958—), 男(汉族), 黑龙江哈尔滨人, 教授, 从事等离子体电磁控制机理研究。E-mail: jiangbh@hit.edu.cn

网络出版时间: 2017-03-20; 网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2979.TH.20170320.1208.002.html>

mathematical model of plasma beam trajectory by combining the electronic constant temperature MHD is constructed. Basing on the model, the focusing and mass separation of plasma beam are simulated with matlab. It is shown that when the shielding effect of the plasma sheath is ignored, the total force applied to the beam is equal to the electric field force, the spiral motion of ion will rotate around the axis of symmetry. When the shielding effect of the plasma sheath is considered, the electron transfer is under weak bound in small value of axial magnetic field. Electrons rapidly accumulate in the sheath, the electric field force is shielded to a large extent, the beam motion radius increases rapidly, ions arrive outer electrode before beam focusing. With the increase of the axial magnetic field, the electron conductivity is decreased, the electrons accumulation slow down, the shielding effect of the plasma sheath is weakened, radial and axial distance of beam focal position are obviously reduced. If the value of axial magnetic field is reasonable, the ions with different mass are separated in order of charge-mass ratio, and their focal position depend on the quality. Because the mass of different isotope ions is close, the distance of their focal position is small. The work is of great importance for the exploration of the electromagnetic control mechanism of plasma beam, and the results establish a theoretical foundation for the research and development of the high purity mass separation.

Key words: plasma beam; sheath shielding; principle of mass spectrometry; isotope separation

同位素分离涉及到一些重要核素,它们与国民经济各部门有着密切关系,一直受到各国政府、学术界和工商界的重视^[1]。质谱仪是根据带电粒子在电磁场的运动轨迹取决于其荷质比的原理,按带电粒子的质量差异进行分离和检测的仪器,可以用于同位素分离^[2-3]。然而,质谱仪的离子源极限电流密度受所谓 3/2 次方定律限制,一般只能产生几到几十毫安的离子束,此外空间电荷效应会使强流离子束横向发散,成像增宽,严重时甚至无法实现分离。因此,传统质谱仪只能用于生产少量同位素,工程上应用的质量分离器必须使束流处于中性的等离子体状态^[4-5]。但等离子体一般是良导体,其内部无法维持电势差,电势差主要集中于鞘层。从物理机制看是德拜屏蔽效应屏蔽了外电场对等离子体中带电粒子的作用,所以鞘层厚度的特征尺度可以用德拜屏蔽半径度量。外电场被屏蔽时很难对带电粒子进行外部控制,因此为了实现等离子体质量分离,必须设计能够有效控制等离子体中带电粒子运动状态的全新电磁场位形。

质谱仪的主流数值模拟方法是以数值求解

Laplace 方程得到分析器内的电势分布,由单粒子轨道理论推导得到带电粒子在势场中的轨迹方程^[6-8];或者通过哈密顿函数展开为齐次多项式的和,再求 Lie 映射,最后得到带电粒子轨迹各级近似解^[9-10]。以上方法只适用于低密度带电粒子束流。然而,质量分离器中的等离子体密度较高(氙气等离子体密度可达到 $3.9 \times 10^{13} / \text{cm}^3$)^[11],表征带电粒子之间的相互作用和带电粒子运动对外加电磁场的影响的自洽场分布(特别是鞘层内电场)会明显影响束流所感受到的总电磁场^[12-13],因此基于单粒子轨道理论计算得到的运动轨迹往往与实际情况有较大误差。至今为止,仍未见鞘层存在情况下质量分离器中的等离子体束流运动轨迹,以及能有效控制等离子体束流运动状态的电磁场的研究。

本研究基于磁质谱原理设计全新的等离子体质量分离器电磁场位形,分别推导在此电磁场位形下的离子轨迹方程和电子磁流体力学控制方程,并将二者相结合构建束流运动混合数学模型,在此基础上研究鞘层屏蔽效应对束流运动轨迹的影响,总结鞘层屏蔽存在情况下束流的聚焦和分离规律。

1 分离器结构

新型同位素分离器中的工作物质等离子体包含离子和电子,在静质谱仪中运动时,电子在电场作用下于等离子体表面积累形成鞘层,鞘层会屏蔽外加电场,从而使束流失去控制无法分离。由于等离子体中磁力线是等电势的,基于此特性可构建轴对称静电场,并增加与之垂直的磁场,电子在正交电磁场中沿着等势面闭合漂移,抑制电子在电场作用下形成鞘层的速度。在真空情况下,轴对称电场的电势 $\Phi(r, z)$ 可用拉普拉斯方程描述,示于式(1):

$$\Delta\Phi \equiv \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \frac{\partial\Phi}{\partial r} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} = 0 \quad (1)$$

在等离子体情况下,电势在轴对称条件下可写为磁标势的函数 $\Phi = \Phi(\psi)$,磁标势满足变形拉普拉斯方程,示于式(2):

$$\Delta^* \psi = r \frac{\partial}{\partial r} \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial\psi}{\partial r} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} = 0 \quad (2)$$

将式(2)代入式(1),可得通常情况下的电势关系式:

$$\Phi'' \left[\left(\frac{\partial\psi}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial\psi}{\partial z} \right)^2 \right] + \Phi' \frac{2}{r} \cdot \frac{\partial\psi}{\partial r} = 0 \quad (3)$$

电势关系式是 ψ 的一阶偏微分方程,它有一个解:

$$\psi = -\frac{H_A r^2}{2}; \Phi = -E_A \ln \frac{r}{a} \quad (4)$$

式中, H_A, E_A, a 为任意常数。根据式(4)描述的电磁场位形,可设计轴对称结构的新型同位素质量分离器,其结构示于图1。分离器内的恒定径向电场 E 由2个同轴圆柱面电极(半径分别为 R_A, R_B)生成,电势差为 U_0 ,恒定轴向磁场 B 由直螺线管充当励磁线圈生成。等离子

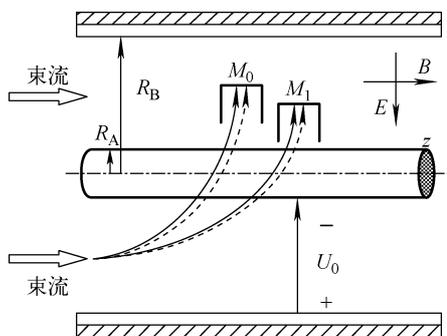


图1 分离器结构

Fig.1 Schematic of separator

体源产生的等离子体束流射入分离器,在正交电磁场中电子形成闭合霍尔漂移,不同质量的离子 M_0 和 M_1 按荷质比顺序在不同位置聚焦并进入各自的收集装置,从而实现等离子体质量分离。

2 混合数学模型的构建

在推导离子与电子运动方程时,需考虑等离子体束流的以下特性:1)束流是非平衡、低温的等离子体,即电子热运动能量远大于离子热运动能量,离子束流的定向动能(~ 300 eV)远大于电子热运动能量(~ 20 eV);2)离子平均自由程远大于装置特征长度,离子之间、离子与其他粒子的碰撞均可以忽略,电子鞘层是影响离子受到作用力的主要原因;3)装置特征长度与离子回旋半径相当或较小,离子和电子运动状态差别较大(即霍尔效应显著);4)所研究的离子质量达到100质子质量数据,远远大于电子质量,所以研究离子动力学时电子惯性可以忽略。因此,计算等离子体束流运动轨迹可以采用混合模拟模型,即认为离子是非磁化的,可用单粒子轨道理论推导其轨迹方程;而电子是磁化的、近似无质量的流体,用零质量电子流体方程描述其运动状态。二者结合得到的混合数值模型既保留了单粒子轨道方法计算量小的优点,还大大提高了计算的准确度。

2.1 离子在分离器中的轨迹方程

分离器中正交电磁场构成保守系统,离子在保守系统沿着闭合路径运动时的外力做功为零,可由哈密顿原理得到离子运动方程。因为磁场强度为 $0.03 \sim 0.04$ T(数值模拟中证明),离子所受电场作用力要远大于磁场,可近似认为离子只受电场作用,离子径向运动方程可写为:

$$\ddot{r} - \dot{\theta} r - \frac{qE_r}{m_i} = 0 \quad (5)$$

式中, $E_r = E_{or} + E_s$, E_r 为分离器内总径向电场, E_{or} 为外加控制电场, E_s 为等离子体产生的电场(主要是鞘层电场); m_i 和 q 分别为离子质量和电量。引入哈密顿函数和哈密顿正则方程,由于在圆柱坐标系下, θ, A 以及哈密顿量 H 不依赖于角向坐标,离子角向运动方程可以用正则角动量守恒方程表达:

$$p_\theta = mr^2\dot{\theta} + qRA_\theta = \text{const} \quad (6)$$

式中, A_θ 为角向磁矢势。外加控制电场 $E_{or} = -E_0R/r$, 只有径向分量, 离子径向运动方程可简化为以下形式:

$$\ddot{r} - \frac{v_\theta^2}{r} - \frac{qRE_0}{m_i r} = 0 \quad (7)$$

式中, R 为离子进入分离器时的初始半径, E_0 为 R 处的外加电场。定义 M_0 为参考质量, 质量为 M_0 的离子所受电场力与圆周运动的向心力相等, 则分离器入口平均半径 R 处的径向电场 E_0 满足以下方程:

$$E_0 = \frac{M_0 v_{\theta 0}^2}{qR} = \frac{\epsilon}{qR} \quad (8)$$

式中, $v_{\theta 0}$ 是离子初始周向速度, 离子周向动能为总动能 ϵ 的 $1/2$, 即 $\epsilon = M_0 V_\theta^2/2 = M_0 v_{\theta 0}^2$ 。忽略鞘层屏蔽效应时, 参考质量离子将始终在半径为 R 的圆柱面附近做螺旋运动, 因此将 E_0 称为平衡电场。研究束流运动时感兴趣的并不是离子位置随时间的变化, 而是离子位置 r 坐标关于 z 坐标的函数, 即离子在平面 (r, z) 的轨迹。由微分关系转换可以得到:

$$\ddot{r} = \left(\frac{d^2 r}{dz^2} v_z + \frac{dr}{dz} \frac{dv_z}{dz} \right) v_z \quad (9)$$

离子轴向无外力作用, 轴向速度 $v_z = \text{const}$ 。由能量守恒可以得到:

$$\ddot{r} = \frac{d^2 r}{dz^2} \frac{2m_i - M_0}{m_i^2} \epsilon \quad (10)$$

将式(8)和(10)代入式(7)并简化, 得到离子在平面 (r, z) 的轨迹方程:

$$\frac{d^2 r}{dz^2} = \frac{m_i}{2m_i - M_0} \left(\frac{M_0 R^2}{m_i r^3} - \frac{1}{r} \right) \quad (11)$$

由式(11)可以看出, r 随 z 的变化仅取决于参考质量 M_0 与离子质量 m_i 的关系。 M_0 质量离子螺旋运动的周期为 $T = \sqrt{2}\pi R/v_{\theta 0}$, 当不同质量离子轴向速度 v_z 相差不大时, 离子将聚焦在 $z_c = Tv_z/2 = \pi Rv_z/V_0$ 位置, 显然分离器轴向长度必须大于 z_c 。

$$\int_a^{dr/dz} x dx = \int_R^r \frac{m_i}{2m_i - M_0} \left(\frac{M_0 R^2}{m_i y^3} - \frac{1}{y} \right) dy \quad (12)$$

以上积分式中, 积分下限 a 为 dr/dz 在 $r=R$ 处的初始值, 束流发散角为 α , 离子初始径向速度 $v_{r0} \approx \alpha v_z$, 可见 $a = \alpha$, 则式(11)有以下形式:

$$\left(\frac{dr}{dz} \right)^2 = \frac{M_0}{2m_i - M_0} \left(1 - \frac{R^2}{r^2} \right) + \frac{2m_i}{2m_i - M_0} \ln \frac{R}{r} + \alpha^2 \quad (13)$$

式(13)为离子在不同发散角情况下, 在平面 (r, z) 运动轨迹的解析表达式。稳态过程中, 束流可以近似看成层流束, 当忽略内部的鞘层屏蔽效应时, 可通过式(13)求取束流边缘离子运动轨迹, 得到等离子体按荷质比顺序聚焦和分离的情况。

2.2 电子在正交电磁场中的控制方程

在考虑鞘层屏蔽效应对束流运动影响时, 可以通过磁流体方程探讨电子运动规律。由于等离子体束流在分离器中运动时不与壁面发生碰撞, 可以认为引起电子动量变化的因素只有电子与离子之间的碰撞。假设碰撞后电子失去自身的速度, 并忽略电子的轴向速度, 可由玻尔兹曼方程推导得到电子动量守恒方程, 并分解为径向和周向 2 个分量:

$$\begin{cases} \frac{en_e E_r + en_e v_{\theta} B}{m_e} + \frac{\partial(n_e T_e)}{\partial r} + v_{er} v_{col} n_e n_i = 0 \\ \frac{en_e v_{er} B}{m_e} - \frac{\partial(n_e T_e)}{\partial \theta} - v_{\theta} v_{col} n_e n_i = 0 \end{cases} \quad (14)$$

式中: m_e 为电子质量, n_e 和 n_i 分别为电子和离子数密度, e 为电子电荷, v_{θ} 和 v_{er} 分别为电子周向和径向的速度分量, v_{col} 为单位数密度电子与单位数密度离子的碰撞频率 (m^3/s), E_r 为径向电场, T_e 为电子温度。由于电子质量和在磁场中运动的郎缪尔回旋半径远小于离子, 磁场作用不能忽略, 因此给出径向和周向 2 个分量, 通过联立 2 个方程, 解出电子运动方程的简化形式:

$$\begin{cases} v_{er} = -\mu_e \left(E_r + \frac{1}{en_e} \frac{\partial(n_e T_e)}{\partial r} \right) \\ v_{\theta} = \mu_e \frac{\omega_{ce}}{V_m} \left(E_r + \frac{1}{en_e} \frac{\partial(n_e T_e)}{\partial r} \right) \end{cases} \quad (15)$$

式中, 电子迁移率 $\mu_e = \frac{e}{m_e} \frac{V_m}{V_m^2 + \omega_{ce}^2}$ (Cs/kg), 碰撞频率 $V_m = v_{col} n_e$, 电子回旋角频率 $\omega_{ce} = \frac{eB}{m_e}$ 。

结果表明, 当等离子体在正交电磁场中运动时, 电子除了沿电场方向运动, 还有既垂直于电场又垂直于磁场的闭合运动(霍尔漂移),

且沿电场方向运动比霍尔漂移小 ω_{ce}/V_m 倍。电子的径向运动决定了鞘层内净电荷密度 σ 积累速度,鞘层产生的内电场取决于净电荷密度 $\nabla \cdot E_{sr} = \sigma/\epsilon_0$ 。因此,与单纯径向电场相比,在正交电磁场中电子的径向运动和鞘层内净电荷积累速度明显减小,鞘层屏蔽效应得到有效抑制是新型质量分离器能够控制等离子体束流运动状态的原因。

2.3 混合模型计算流程

当等离子体内部存在鞘层屏蔽效应时,由于作用在离子上的总电场力 E_r 是随时间变化的,一般无法通过推导得到束流运动轨迹的解析方程,只能通过混合模型求取数值解。在混合模型数值计算时,一个关键步骤是电子和离子之间数据和信息的交换。因为离子质量远大于电子,两种粒子运动的时间步长差异很大。在束流质量分离数值模拟中,因为离子运动的时间尺度远远大于电子运动的时间尺度,所以主要考虑离子运动,近似认为电子质量为零,电子响应是“瞬时”的,即忽略广义欧姆定律的电子惯性。这个近似模型一般称为霍尔磁流体模型(Hall MHD)。在此模型中,假设在离子运动的一个步长时间尺度内电子运动达到稳定,以离子运动时间尺度来确定数值仿真的时间步长。在分离器线性电磁场中运动的等离子体束是层流束,可通过求解边缘离子在鞘层存在情况下的运动轨迹确定束流轮廓。数值运算步骤示于图 2。



图 2 混合模型程序流程图

Fig. 2 Program flow chart of hybrid model

3 数值模拟

同位素质量分离器初始条件分两类。1) 束流的主要参数为:工作物质为 ^{132}Xe , 设参考质量 $M_0 = 132$, 所有离子单电离, 密度 $n_i = 10^{16}$ 个/立方米。选择束流厚度为 0.004 m, 离子初始周向速度与轴向速度均为 16 800 m/s, 发散角为 $\pm 5^\circ$, 电子温度 $T_e = 20$ eV, 电子和离

子的碰撞率由文献[14]得到;2) 分离器的尺寸和工作参数为:入口通道中心半径 $R=0.09$ m, 径向宽度 1 cm, 内径 $R_{\min}=0.085$ m, 外径 $R_{\max}=0.095$ m, 平衡电场 $E_0=4\ 442.2$ V/m。

为了研究鞘层对等离子体束流聚焦的影响,通过 matlab 求解 ^{132}Xe 束流在平衡电场作用下,离子所受总径向电场与平衡电场的比值 E_r/E_0 随轴坐标的变化,以及束流在 (r, z) 平面的轮廓,分别示于图 3 和图 4。忽略鞘层屏蔽时,可由解析表达式(13)求取边缘离子轨迹得到束流轮廓。束流所受总作用力等于外加电场力,离子将始终在半径为 R 的圆柱面附近做周期为 $T=\sqrt{2}\pi R/v_{\theta 0}$ 的螺旋运动,这与 2.1 节得到的结论一致。考虑鞘层屏蔽时,当轴向磁场 $B_z=0.01$ T, 电子迁移所受束缚作用很小,在外电场作用下,电子在束流鞘层中快速积累,随着鞘层中电荷增加,控制电场在很大程度上被屏蔽,作用于束流的总电场 E_r 呈快速下降趋势,束流所受向心力变小,运动轨迹半径 r 增大。而在分离器中, r 半径增大时控制电场减小,这进一步减弱了电场强度,甚至出现总电场为负数,即束流总电场变为与离心力同向的情况,此时束流运动半径将在电场力和离心力的共同作用下迅速增大,尚未聚焦就直接打到外电极上。随着轴向磁场的增强,电子电导率呈降低趋势,鞘层中电子积累变慢,束流聚焦的径向和轴向距离都明显减小,逐渐接近忽略鞘层屏蔽情况下的束流轮廓。当磁场强度达到 0.04 T 时,总电场力始终保持正方向,束流聚焦的径向和轴向距离都接近磁场强度为 0.05 T 的情况。此时再继续增加轴向磁场则无法明显

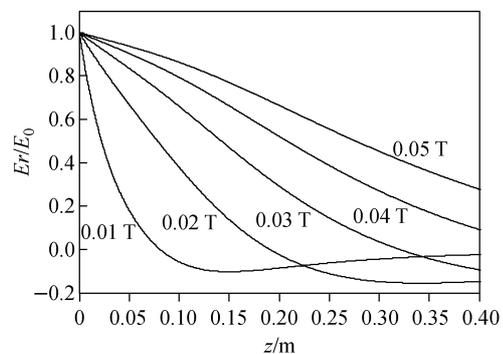


图 3 E_r/E_0 随轴坐标的变化

Fig. 3 E_r/E_0 vary with axis coordinates

改善束流聚焦状态,还会对励磁线圈的尺寸和降温等设计指标提出更高的要求。考虑到不同工作物质的离子和电子碰撞率略有不同,实际工程中可以大致地将轴向磁场强度取值范围设定为 0.03~0.04 T。

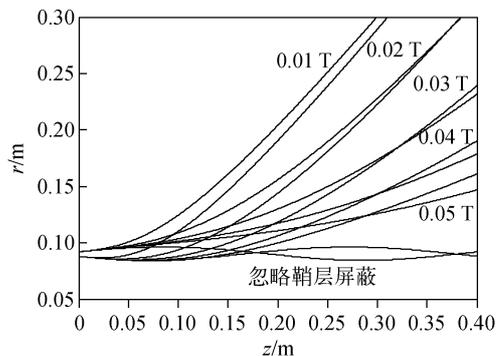


图 4 (r, z) 平面束流轮廓

Fig. 4 Beam outline in plan (r, z)

以磁场强度 0.04 T 的情况为例,模拟 Xe 的 3 种同位素($M_A=134, M_B=132, M_C=128$)的质量分离,鞘层屏蔽效应引起的束流运动半径增大得到了有效抑制,不同质量离子按荷质比顺序聚焦,质量越大的离子聚焦点的径向和轴向坐标越大,示于图 5。由于同位素离子之间质量接近,各束流轮廓重叠程度很高,聚焦点之间的分离距离只有毫米量级,示于图 6。由混合数学模型可以准确地计算出每种离子的聚焦点,并在聚焦点位置安放收集装置。可见,新型同位素质量分离器的正交电磁场约束了电子迁移,当鞘层屏蔽效应得到有效抑制时,等离子体束流可以和质谱仪中的离子束一样,在电磁场

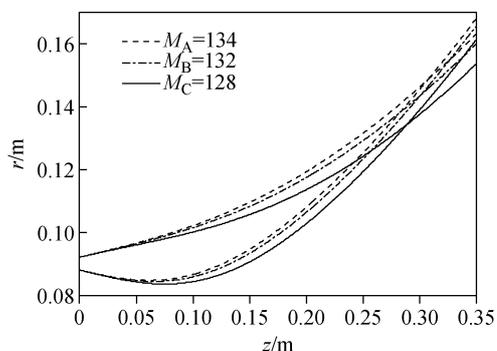


图 5 氙同位素质量分离

Fig. 5 Mass separation of Xe isotopes

控制下按荷质比聚焦和分离。

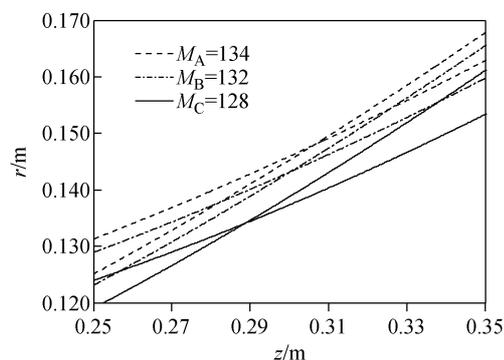


图 6 聚焦点放大片段

Fig. 6 Magnified fragment of the focusing point

4 结论

1) 设计了能有效控制等离子体束流运动状态的新型质量分离器;2) 由保守场哈密顿原理推导得到离子轨迹方程的解析表达式,由磁流体力学理论得到电子在角向和径向的运动方程,结合二者构建混合数学模型;3) 通过求解边缘离子轨迹得到等离子体束流的轮廓,并探讨了轴向磁场对轮廓的影响。从束流轮廓图可以看出,随着轴向磁场的增大,束流聚焦点的径向和轴向距离都呈减小趋势,逐渐接近忽略鞘层屏蔽情况,初步确定轴向磁场大致的取值范围为 0.03~0.04 T;4) 以 Xe 离子为例,计算得到束流聚焦点位置以及聚焦点与离子原子质量的关系。该结论可为构建新型同位素质量分离器及材料提纯装置奠定理论基础。

在下一步的工作中,将构建准确度更高的磁流体与 PIC (particle in cell) 相结合的模式,对现有的混合数学模型进行检验和修正。

参考文献:

- [1] 肖啸菴. 同位素分离[M]. 北京:原子能出版社, 1999.
- [2] 季欧. 质谱仪器及其应用(一)[J]. 分析仪器, 1972, (2): 1-36.
JI Ou. Mass spectrometry and its application (one)[J]. Analytical Instrumentation, 1972, (2): 1-36(in Chinese).
- [3] PAKULIN V N. Design of a cylindrical electrostatic analyzer[J]. Sov Phys Tech Phys, 1978, 23(2): 136-140.

- [4] TRACY J G, AARON W S. Stable isotope enrichment current and future potential[J]. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, 1993, 334(1): 45-50.
- [5] AARON W S, TRACY J G. Status of stable isotope enrichment, and services at the Oak Ridge National Laboratory[J]. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, 1995, 362(1): 194-197.
- [6] DESERIO R I. Spherical sector electrostatic analyzer for measurements of energy and angular distribution[J]. Rev Sci Inst, 1989, 60(3): 381-388.
- [7] LELLIS A D, BRUNA R, BAVASSANO CATTANEO M B, et al. Experimental activity and numerical simulation for the plasma experiment of the ESA cluster project[J]. Nuovo Cimento, 1992, 15(5): 657-664.
- [8] CARLSON W. Abstracts of papers on magnetosphere research with advanced techniques[C]. COSPAR Colloquium, Beijing, 1996: 25.
- [9] LI J H, LU J Q. Nonlinear analysis for the electrostatic analyzers with lie algebraic methods[J]. High Energy Physics and Nuclear Physics, 2005, 29(7): 695-699.
- [10] LÜ J Q, ZHANG Z. Lie algebraic analysis for the beam transport in the spherical electrostatic analyser[J]. Chinese Physics, 2007, 16(5): 1 280-1 284.
- [11] MIAO T T, ZHAO H W, LIU Z W, et al. The study of helicon plasma source[J]. Review of Scientific Instruments, 2010, 81(2): 02B105.
- [12] LEVKO D. Ion boundary conditions in semi-infinite fluid models of electron beam-plasma interaction[J]. Physics of Plasmas, 2014, 21(10): 013508.
- [13] BLAZEK J, BARTOŠ P, ŠPATENKA P. Fluid model of plasma sheath involving ion energy spectrum[J]. IEEE Transactions on Plasma Science, 2010, 38(9): 2 322-2 327.
- [14] 纪巧, 马瑞平, 徐寄遥. 不同太阳活动及地磁条件下的电导率分布变化[J]. 地球物理学报, 2006, 49(5): 1 235-1 242.
- JI Qiao, MA Ruiping, XU Jiyao. Variations of the ionospheric conductivity with different solar activities and geomagnetic conditions[J]. Chinese Journal of Geophysics, 2006, 49(5): 1 235-1 242 (in Chinese).